



B.17
4.869
1

CF004469243
B N C F

B. 17

4

869

1

BIBLIOTECA NAZIONALE
CENTRALE - FIRENZE

11/10/74

3 6 6 6 1

TEORIE DELLE SEZIONI CONICHE

LE QUALI

IN UN PUBBLICO SAGGIO

OFFRE

AL MERITO SUBLIME

DELL' ILLUSTRISS. E REVERENDISS. MONSIGNOR

NICCOLO MARCACCI

VESCOVO DI AREZZO

ASSISTENTE AL SOGLIO PONTIFICIO, PRINCIPE DEL S. R. I.
E CONTE DI CESA

MARCANTONIO FABRONI

CITTADINO ARETINO

IN ETÀ DI ANNI XL



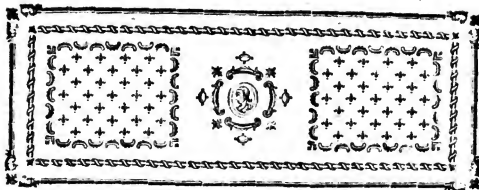
IN AREZZO L'ANNO M. DCC. XCIV.

Presso Caterina Bellotti, e Figlio Stampat. Vescov. all' Insegna del Petrarca.

CON LICENZA DEI SUPERIORI.

B² 17.4.869.1

12. Apr. 1990



S C I O L T I .



ACRO PASTOR, cui, se del primo ardire
Forza or non m'è sotto funesto velo
Celar la fronte vergognosa, e muta,
Tutto di giusta gloria il plauso arride;
Tentai (già del Leone il tergo ardente

Tornò Febo a vestir) dell'aureo Seme,
Che pien d'alte speranze al suol commisi
U' regna taciturna ardua Matèsi,
Nella prima stagion maturo il frutto
In tenero virgulto offrir dei Saggi
Alla sagace vista, opra ripiena
Di gran periglio, e coraggioso ardore.
Ma chè? del Nome tuo le note anguste,
Te spettator, nella novella Scorza
Incisi appena, il giovinetto Stelo
Vidi farsi più lieto; e un genio audace
Dal tuo vivo splendor spiccò frattanto
Di furto una scintilla, e in me la scesse
Onde scorgere potei con franco volo

I miei

I miei sudori al meditato segno.

*Or, che la Pianta, a cui geloso intorno
Spesi con pio desir le attente cure,
Col robusto Pedal si fece adulta,
Or, che la fei con ingegnoso inserto
Aprir germozzi di più folta Prole,
Giusto è ben, che a spiar gli alti segreti
Del corso natural dei Rami suoi
Ti riconduca. E chi potrà più schietta
Gioja gustar di te, cui l'alma amica
Già dilatò nel sen largo diletto,
Quando al mio capo sovrastante appena
La vagheggiasti? E chi potrà sull'ali
Seguirmi del piacer, quando di nuovo,
Di te stesso in oblio, l'ermo ricinto
Degnar ti mirerò del nobil piede,
Che, dacchè l'orme vi stamò primiere,
Tal di salda virtù vestigio impresse,
Che, di stimoli acuti il cor pungendo,
I tardi spiriti ognor rampogna, e sveglia?
Ma pria però, che al solitario loco,
Caldo del tuo rigore, io schinda il varco,
Soffri, che i fausti eventi, onde potei
Nuove inoltrando ritrovar venture
Il desioso labbro a tesser prenda.*

*Già col favor di lei, che al gran consiglio
Siede pensosa, ove dispon Natura
La concorde armonia, che il mondo volve,
E in ombrosi recessi, e piaggie oscure,
Atte all'immoto meditar profondo,
Quanto è degno di se, si eresse il seggio,
L'Arbor da me nutrito, al ciel ridendo,
Stendea sul pian soggetto ombre maggiori:
Quando improvvisa un dì strisciar sul ciglio
Luce mi vedo, e da serena involta
Nube raggiante al guardo mio si scuopre
L'arcana Dea, che d'un gentil sorriso
Di seconda fortuna annunziatore*

Dolce

Dolce vestendo le dipinte gote
 In tali accenti a favellar mi prese:
 Figlio, cui serve colorato, e impresso
 Di mie voglie il pensier sulla bell' arte;
 Oh quai lampi giocondi io mossi in cielo
 In rimirar, come operoso il braccio
 Dalle radici fuor risveglia il germe!
 Insisti all' opre, e, mentre ancor non vela
 La bionda piuma i tersi onor del mento,
 Del mio valor ricolmo ardisci, e spera:
 Che il biondo mel da verginelle peccchie
 Distillato nei favi allor, che il prato
 Ricomincia a vestir le verdi erbette,
 Più grato è ad Aristèo di quel, che viene
 Ai primi freddi del pomoso Autunno.
 Amami, che l' amar celeste cosa
 Degli affetti mortali è degno obietto.
 Nè sia senza mercede: Odi; fia queste
 Solinghe valli, ove s' interna il bosco,
 Le ramora vetuste a terra inchina
 Arbore annoso, di Cultor sublimi,
 Che, tuttor vigilanti, al fiero oltraggio
 Il sottraggon degli anni, eterno onore.
 Ei, benchè carico omai di molte etadi,
 Di sì dolce sapor conduce i Frutti,
 Che amo averne ogni dì le mense adorne.
 Colà si vada, e a lui con mano esperta
 Verde Gemma svegliando, il tuo s' imprima
 Di simil piaga, indi con dotto innesto
 Si ben si uniscan le due membra insieme,
 Che opri natura, le virtù mischiando,
 „ Ogni forza, e poter comune in esse.
 Disse: e le rosce palme a me stendendo
 Levommi in alto, e pel cammin dell' etra
 Ratto mi trasse, ove raccolti in giro
 Alle incurvate a terra arboree braccia
 Gl' industriosi Eroi facean corona:
 Come giunse Aatèsh, e i noti segni,

Di cui fregiata appar la gonna, e il manto,
 A quei simili, onde occultò gli arcani
 „ l'antico già misterioso Egitto,
 Ondeggiaro al soffiar d'aura leggiere,
 Cbinar quei Saggi le superbe fronti.
 Io rimasi, qual uom, cui la fullace
 Di un sogno imago alle corrotte idèe
 Offra strane vicende; ed ora il ciglio
 Ammiratore alla ramosa Male,
 Che gli assalti pareva schernir del tempo,
 Ora agli umili adorator devoti
 Inarcato volgea. Quando la Diva
 Ruppe il silenzio; e, o voi, gridò, del nostro
 Impero almi sostegni, un garzoncello,
 Cui cammina d'nanzi il mio gran Nume,
 Brama al maturo suo Tronco vivace
 Sposar la vostra Pianta: Orsù, si tolga
 Il più fresco Germoglio, e a lui si arrechi.
 Nè le nozze festive il mesto orrore
 Avran di vergognosa sterilezza,
 Anzi più care, e più saran felici,
 Perchè di un sangue istesso ebber parenti.
 Ai venerati cenni ubbidiente
 Lo stuol si mosse. Io, che già scosso avea
 L'alto stupor, che mi comprese, affiso
 Cou le pupille in lei: Madre, le dissi,
 (che ben Madre mi sei, se a me, qual Figlio,
 Tanti di puro amor segni comparti)
 Dimmi, chi son costor, cui qui raccoglie
 Un medesimo voler? Giusto è, riprese,
 Il tuo desir. Vedi colui, che bianco,
 E le membra languenti a trarre inetto,
 A piè del grosso stipite si posa;
 Mà, benchè cinto sia dal gel degli anni,
 Tutto però sopra l'aperta fronte
 Svela il pensier nervoso? Endosso è quegli.
 Ei primier dalle Guidie a queste arene
 Il secondo Pianton tradusse, e serba

D'ef.

D'esserne il padre il prisco orgoglio ancora.
 Mira Menecmo là, che, nell'interno
 Del suo chiaro fulgor tutta conversa
 L'anima eccelsa, alla sublime testa
 Fà d'una man sostegno: Ei pur col vasto,
 Canuto accorgimento ad ardue prove
 Si espone, e vinse al primo autore in mente
 Gl'intrapresi consigli: Or guarda il grande,
 Fama immortal di Perige, l'immenso
 Apollonio, che a noi già volse il passo
 Col desiato Pegno, oh quanta spira
 Parte di me dalla severa faccia!
 Uom di lui più superbo il Sol non vide;
 Ma fra turba sì folta uom di più senno,
 Uom di più valia io non saprei mostrarti.
 Se con le altre cime al ciel grandeggia,
 Se si fregia, e si ammantava in varie guise,
 Se i duri nervi, e le ordinate in giro
 Vene, u' sale l'unor dall'ime parti,
 Sempre vive conserva il bel lavoro,
 Al suo saver tutto si ascrive il merto.
 Solo il Tosco Viviani a lui si agguaglia,
 (E l'additò) che il vacillante tronco,
 Presso a provar sulla recisa chionia
 Del vecchio falciatore i danni estremi,
 Da grave riparo fatal ruina.
 Ma chi tutti potria renderti conti
 I celebrati nomi, e i fatti egregj?
 Son questi i maggior Duci; han gli altri aggiunto
 Sull'orme lor qualche novella forma.
 Tacque, e recò la comandata Gemma
 Il Perigèa, che mi donò con quella
 Fuor dell'orror dei fati i fausti augurj.
 Come d'appresso al cavernoso monte,
 Ove si scuopre al riluttante piede
 Tra selve ignote, ed orride tenèbre
 Nel Siculo terren la via dell'Orco,
 Svelto il fatale auricomio arbofcello

Tornò

Tornd giulivo alla Febea ministra
 L'Eroe di Troja avvanzo, omai sicuro
 Di aprirsi il passo oltre i bollenti stagni
 In sulla negra cimba, ove tragitta
 Il sozzo passaggier l'anime esili:
 Tal le puer solcando aeree vie
 Al fortunato mio soggiorno aprico
 Con l'alma immersa entro piacer divino
 Del bel Tesoro io ritornai fustoso,
 Che, fatto di sua man capace albergo
 Nella sede vital la Dea l'inchiuse;
 Indi, volando alla più intensa luce,
 Che la sù splenda, a me spirò sul volto
 Un alito gentil di Paradiso;
 E mentre si spingea nel più sincero
 Calle del pol, di rugiadosa stille
 Umettando irrigò le brieve foglie,
 Che l'opportun ristoro attinto appena
 Riserò di orgogliosa giovinezza.

Quì agli assidui travagli, ai di riposo
 Giorni digiuni, alle vegliate notti
 Si diè principio. Il faticar mi rese
 Souve ogni fatica e il non dubbioso
 Premio, che riportai coll'opre a paro
 Mi fe anelante alla preserata meta.

Signor, vi giunsi, e de suoi pemi onusto
 E' la Stirpe fraud sa, a cui t'inenna
 Il lusingato cor. Pe metti adesso,
 Che fra speme, e timor l'alma divisa
 Sul tuo sembianze il suo destin consulti.
 Il presugio è felice Invan celarsi
 Il festoso potria piacer cortese,
 Che ti traspar negli occhi: Or ben; ti appressa:
 Al solitario loco io schiudo il varco . . .



TEORIE DELLE SEZIONI CONICHE.

CAPO PRIMO.

Della Genesi delle Sezioni del Cono.



I.
SEGATO un Cono da un Piano, che passi per il di lui vertice, la Sezione, che indi nasce è un Triangolo Rettilineo.

Seguono immediatamente da questa due verità I Che, se il Cono sia segato per l'asse, la base del Triangolo Rettilineo sarà il diametro della base del Cono. II Che nel Cono Retto ogni Sezione triangolare fatta per l'asse è perpendicolare al piano della di lui base; e che nel Cono Scaleno tal proprietà è di quella sola Sezione, che passa non solo per l'asse, ma ancora per la perpendicolare dimesa dal vertice, ch'è la di lui altezza.

I I.

Segato un Cono da un Piano parallelo alla sua base, la Sezione, che indi nasce è un Cerchio.

I I I.

Segato per l'asse un Cono Scaleno dal Piano di un Triangolo perpendicolare alla sua base, se quindi si faccia, che sia tagliato obliquamente da un altro Piano con queste condizioni I. che il Piano seghi un lato del Triangolo ad angoli retti: II. che dalla parte superiore del Triangolo ne generi un altro minore, simile ad esso, ma posto sucontrariamente, la Sezione obliqua è un Cerchio.

I V.

Esporre la Genesi delle tre Curve Coniche, Parabola, Ellissi, ed Iperbola.

V.

Segato il Cono dal Piano di un Triangolo, che passi per l'asse, se si alzi una perpendicolare sul diametro della sua base, quindi ad essa si meni

una

una parallela fatta passare da un punto al punto opposto della Superficie Conica, questa resterà egualmente divisa nel punto, in cui s'incontra col Piano del Triangolo.

V I.

Le ordinate a ciascuna delle tre Sezioni Coniche sono divise in due parti eguali dal Diametro Primigenio, e se questo Diametro è asse sono divise ancora perpendicolarmente.

C A P O I I.

Dei Sintomi principali delle tre Sezioni Coniche.

V I I.

Nella Parabola i quadrati delle Ordinate stanno fra loro come le Ascisse.
Dimostrata questa Teoria sarà facile il dichiarare, che Parabolica è quella linea, che descrivono i corpi priestili, scagliati in un mezzo non resistente.

V I I I.

In una Parabola, se dopo l'Ascissa, e l'Ordinata si trovi la terza proporzionale, questa sarà terza proporzionale dopo qualunque altra Ascissa, e l'Ordinata corrispondente.

Una tal linea costante applicata ad angolo retto al diametro primigenio dicesi Lato Retto, o Parametro relativamente al medesimo diametro.

I X.

Dati l'Asse, ed il Lato Retto, descriver la Parabola col determinare i di lei punti infiniti.

Grande è l'uso di questo Problema in tutta la Fisica. Per dar solamente un piccolo indizio della sua utilità, si troverà per mezzo di questo la ragione delle velocità, che acquista un grave nei punti successivi della sua caduta, e la ragione delle celerità di un fluido nell'escir liberamente dal foro di un vaso.

X.

Nell'Ellissi, Iperbola, e loro Sezioni opposte i quadrati delle Ordinate stanno fra loro, come i rettangoli nelle parti del diametro comprese fra le Ordinate, e l'uno, e l'altro vertice.

X I.

Se dopo il rettangolo nelle parti del diametro, il quadrato dell'Ordinata e loro corrispondente, ed il lato trasverso dell'Ellissi, e dell'Iperbola si trovi la quarta proporzionale; anche dopo qualunque altro rettangolo nelle parti del diametro, il quadrato della corrispondente Ordinata, ed il medesimo Lato Trasverso sarà essa proporzionale.

Questa linea costante applicata ad angolo retto al diametro primigenio chiamasi Lato Retto, o Parametro relativamente al medesimo diametro.

X I I.

Dati il Lato trasverso, e il Lato Retto descriver l'Ellissi con determinare i di lei punti infiniti.

Dati il Lato Trasverso, e il Lato Retto descriver l'Iperbola con determinare i di lei punti infiniti.

X I V.

Descritto sul lato trasverso dell'Ellissi un Semicerchio, se si menino due Ordinate, che prolungate fino all'incontro del Semicerchio diventino Semicorde, queste saranno proporzionali alle ordinate.

X V.

Descritto sul lato trasverso dell'Iperbola un Semicerchio, se si menino due Ordinate, e dai punti, nei quali segano il medesimo lato trasverso si menino due tangenti al Semicerchio, queste saranno proporzionali alle Ordinate.

C A P O I I I.

Delle Rette Linee, che sono Tangenti alle Sezioni Coniche.

X V I.

In ogni Sezione Conica, se si meni per l'estremità del diametro una parallela all'Ordinata, essa sarà Tangente alla Curva nella medesima estremità.

Quindi viceversa; se una retta sia tangente verticale, sarà ancora parallela all'ordinata.

X V I I.

Da qualunque punto della Parabola menarle una Tangente.

S'inferiscono dalla risoluzione di questo Problema due verità. I Che la Subtangente è divisa in due parti eguali nel vertice della Parabola: II. Che la Subnormale è la metà del Parametro.

X V I I I.

Menare una Tangente all'Ellissi per un punto dato nel di lei perimetro.

Questa verità conduce a dimostrare. I Che, prolungata la Tangente fino all'incontro col diametro, rimane egli armonicamente segnato nel vertice, e nel punto dov'è toccato dalla ordinata menata per il contatto della Tangente. II Che il quadrato del semidiametro trasverso è uguale al rettangolo nelle parti del diametro comprese fra l'ordinata suddetta, e il centro, e fra questo, ed il punto, in cui esso diametro conviene con la Tangente.

X I X

Dato un punto nell'Iperbola menarle una Tangente.

Seguono da questa le medesime verità, che discendono dalla precedente.

X X

Se nell'Ellissi, e nell'Iperbola una Tangente non verticale seghi due Tangenti verticali, il rettangolo nelle loro parti determinate da essa, e dal diametro è uguale alla quarta parte del rettangolo del lato trasverso nel lato retto.

Descritto

Descritto sopra l'Asse di un Ellissi un Semicerchio, e per uno dei di lei punti menatale una Tangente, che incontri l'asse, se dal contatto si cali un ordinata, che prolungata tocchi il Semicerchio in un punto, e questo si unisca con quello, dove la Tangente incontra l'asse per mezzo di una linea retta, questa sarà Tangente al Semicerchio.

X X I I.

Descritto sull'asse dell' Iperbola un Semicerchio, si meni ad essa una Tangente, che incontri l'asse, quindi dal punto del contatto si cali un ordinata, in quello, dove conviene con l'asse si alzi una perpendicolare, che tocchi il Semicerchio, l'estremità di questa si unisca col punto, in cui l'ordinata tocca l'asse, e la linea di congiunzione sarà Tangente al Semicerchio.

C A P O I V.

Del Foco della Parabola.

X X I I I.

Menata in un punto della Parabola una tangente, se da esso s'inclini una retta al Foco, ed una parallela all'asse, gli angoli formati da queste rispettivamente con le parti della tangente saranno eguali.

Si spiegherà l'uso di questo Teorema con la dichiarazione di alcuni Esperimenti Fisici, che sono i seguenti: I. Se uno Specchio concavo Parabolico riceva i raggi solari paralleli all'asse, essi andranno a riunirsi nel Foco, dove avranno forza di bruciare. II. Se una face si collochi nel Foco di detto Specchio, i raggi della luce andranno non dissipati ad illuminare un oggetto distante: III. L'istesso si applica ai raggi Fonici; onde parlando nel Foco di una Tromba Parabolica il suon delle voci odeasi assai lontano; e posto l'orecchio al Foco di un Tubo Parabolico, detto comunemente il Cornetto, si sentono distintamente gli altrui discorsi. IV. Finalmente riceva uno Specchio Parabolico troncato i raggi solari paralleli all'asse, si collochi un altro Specchio Parabolico più picciolo, parimente troncato, in guisa, che abbia il Foco comune col primo, e i raggi venendo da esso a raciversi nel più picciolo, esiranno paralleli al di lui asse, ma in fascio più ristretto, ed arderanno un luogo distante.

X X I V.

Supponendo, che una retta, che cade in un punto della convessità della Parabola, tenda al Foco, se per quel punto d'incidenza si meni una tangente, ed una parallela all'asse, gli angoli esteriori alla curva formati dalla retta, dalla parallela, e dalle parti della tangente sono eguali.

Quindi, se la retta incidente nella convessità della Parabola sia un raggio di luce, si proverà, che deve fare una riflessione parallela all'asse: onde la forza dei raggi solari potrà propagarsi a bruciare qualunque dato luogo, benchè assai distante, quando un concavo specchio Parabolico troncato racculti i rag-

gi del Sole paralleli al suo asse, gli vibri poscia in un' altro piccolo Specchio Parabolico convesso, che abbia il Foco comune col primo, e l' asse diretto al luogo da bruciarsi: ed ecco come facilmente s' intende (senza però impegnarsi di sostenere un fatto ambiguo) che Archimede potesse al porto di Siracusa bruciare la flotta Romana comandata dal Cons. M. Marcello, e Proclo quella di Valsiano presso Costantinopoli.

X X V.

Ogni retta inclinata da qualunque punto della Parabola al Foco è uguale ad un' altra menata perpendicolarmente dal medesimo punto alla Direttrice.

Da ciò segue. I. Che la distanza del Foco da quel punto, in cui la tangente alla Parabola, che parte dalla comune incidenza di dette rette, sega l' asse, è uguale all' inclinata al Foco. II Che unito il Foco col punto, in cui la detta perpendicolare tocca la Direttrice per mezzo di una retta, questa divide, ed è divisa dalla tangente in due parti eguali, e ad angoli retti. III Che menata una linea per il vertice, e per il punto di divisione delle rette precedenti sarà perpendicolare all' asse.

X X V I.

Dati l' Asse trasverso, e il Parametro descriver la Parabola con segnarne la traccia.

X X V I I.

L' ordinata menata per il Foco della Parabola è uguale alla distanza del Foco dalla Direttrice: e se, menata una tangente verticale, per il punto, dove l' ordinata tocca la Curva, si meni un' altra tangente, la parte della verticale segata da questa è uguale alla distanza del Foco dal vertice.

X X V I I I.

Se, menata nella Parabola l' ordinata per il Foco, si meni una tangente per il punto, in cui essa tocca la Curva, e si meni un' altra ordinata qualunque, che prolungata cada nella tangente, quindi dall' intersezione della Curva, e dell' ordinata s' inclini una retta al Foco, farà questa eguale all' ordinata più il suo prolungamento.

C A P O V.

Dei Diametri Secondarj della Parabola.

X X I X.

Menata nella Parabola una tangente qualunque (che però non sia verticale) se si conduca ad essa una parallela terminata d' ambe le parti dal perimetro della Sezione, sarà questa egualmente divisa dalla parallela all' asse calata dal punto del contatto.

La parallela all' asse chiamasi Diametro Secondario, e quella, che è da lei egualmente divisa dicesi sua ordinata. Prop. 6.

Se da una estremità dell'ordinata al Diametro Secondario della Parabola si dimetta ad esso una perpendicolare, il di lei quadrato è uguale al rettangolo dell'ascissa nel parametro dell'asse.

X X X I.

I quadrati delle ordinate al Diametro Secondario della Parabola stanno fra loro come le ascisse.

Essendo questa una verità comune a questo col Diametro Primigenio, si sogg'ungerà qui quanto si è detto alla Prop. 17.

X X X I I.

Se dal vertice della Parabola si parta un'ordinata al Diametro Secondario, sarà questa uguale al rettangolo dell'ascissa nel quadruplo del prolungamento di esso Diametro fino alla Direttrice.

Dimostrato questo nell'ordinata, che si parte dal vertice si prova anche in qualunque ordinata. Si dichiara dipoi, che il parametro di qualunque Diametro deve essere il quadruplo del prolungamento dell'asse fino alla Direttrice.

C A P O V I.

Dei Diametri Coniugati dell'Ellissi, e dell'Iperbola.

X X X I I I.

Se da qualunque punto dell'Ellissi, e dell'Iperbola si meni al centro una retta, essa prolungata incontrerà la Sezione nel punto opposto, e sarà egualmente divisa nel centro.

Nasci di qui. I. Che menata una retta, che passi per il centro, e termini all'una, e all'altra parte dell'a Sezione, se dalle di lei estremità si calino al Diametro due ordinate, segheranno in lui parti eguali. II. Che può determinarsi il Diametro Coniugato rispetto al Primigenio.

X X X I V.

Nell'Ellissi, e nell'Iperbola, se dai termini di una retta menata per il centro, e terminata d' ambe le parti dal perimetro delle Curve, si conducano due tangenti, che incontrino l'asse, saranno parallele, ed eguali.

X X X V.

Il Diametro Coniugato dell'Ellissi è medio proporzionale fra il diametro trasverso, e il suo parametro.

Quindi si addita la maniera di determinare la lunghezza del Diametro Coniugato dell'Iperbola, e si prova, che nell'Iperbola Equilatera il Diametro trasverso è uguale al Coniugato.

X X X V I.

Nell'Ellissi, e nell'Iperbola qualunque rettangolo nelle parti del Diametro primigenio comprese fra l'ordinata, e l'uno, e l'altro vertice sta al quadrato della medesima ordinata, come il quadrato del semidiametro trasverso al quadrato del Semidiametro Coniugato,

Nell'

Nell'Iperbola i quadrati di due ordinate al Diametro Coniugato sono proporzionali ai quadrati delle parti corrispondenti del semidiametro comprese fra il centro, e l'intersezione di esse ordinate, rispettivamente sommati con il quadrato del semidiametro coniugato.

X X X V I I.

Nell'Ellissi le ordinate al Diametro Coniugato sono proporzionali ai rettangoli nelle parti dello stesso Diametro comprese fra le ordinate, e ambedue i vertici.

Tal proprietà di questo Diametro è ancora del diametro primigenio, come dichiarasi alla Prop. 10 onde siccome in esso serve a determinare il parametro, così è il fondamento per determinarlo ancora in questo. Prop. 11.

X X X I X.

Il diametro trasverso nell'Ellissi è medio proporzionale fra il Coniugato, e il suo parametro.

C A P O V I I.

Dei Diametri Secondary dell'Ellissi.

X L.

Nell'Ellissi ogni retta parallela alla tangente non verticale, e terminata d'ambe le parti dalla Curva è egualmente divisa da quella retta, che passa per il contatto, e per il centro di essa Curva.

Questa retta diceasi Diametro Secondario dell'Ellissi, e la parallela alla tangente è la sua ordinata. Prop. 6.

X L I.

Menata nel Diametro Secondario dell'Ellissi una parallela a due ordinate corrispondenti alla medesima ascissa, preso l'asse trasverso per diametro vi si descriva un Cerchio, dall'estremità delle ordinate se ne calino due all'asse, che prolungate tocchino il Cerchio, per i punti della loro incidenza si meni una corda, che sia divisa egualmente da un raggio, e stia la semicorda all'ordinata, come il raggio alla parallela.

X L I I.

Il rettangolo nelle parti del Diametro Secondario dell'Ellissi, comprese fra l'ordinata, e l'uno, e l'altro vertice sta al quadrato della stessa ordinata, come il quadrato del semidiametro secondario al quadrato della parallela all'ordinata menata per il centro della Sezione.

X L I I I.

I quadrati dell'ordinate al Diametro Secondario dell'Ellissi sono proporzionali ai rettangoli nelle parti di esso comprese fra le ordinate, e l'uno, e l'altro vertice.

Sul fondamento di questa verità dimostrata nel diametro primigenio si determina il parametro relativamente ad esso Prop. 10., e 11. Con l'istesso mezzo dunque potrà determinarsi il parametro rapporto al Diametro Secondario.

Menata

Menata per il centro dell' Ellissi una parallela all' ordinata al Diametro Secondario terminata d' ambe le parti dal perimetro della Sezione, è media proporzionale fra il Diametro Secondario, e il suo parametro.
Una tal retta è il Diametro Coniugato al Diametro Secondario. Prop. 35.

C A P O V I I I.

Delle proprietà degli Asimptoti dell' Iperbola.

X L V.

Gli Asimptoti, e l' Iperbola non vengono mai al mutuo contatto.

X L V I.

Se dentro l' Iperbola si meni una retta parallela alla tangente verticale, e terminata dagli Asimptoti, il quadrato della semitangente è uguale al rettangolo della parte della parallela compresa fra l' Asimptoto, e l' Iperbola nel rimanente.

Con la scorta di questa Teoria si prova, che prolungato l' Asimptoto, e l' Iperbola, lo spazio fra loro compreso sempre più si diminuisce, così, che, se si prolunghino in infinito, chiuderanno uno spazio minore di qualunque dato, ed in conseguenza la linea fra loro menata sarà infinitesima: ma non potendo essi giammai venire al mutuo contatto. Prop. 45. questa linea non sarà giammai tanto piccola, che non possa assegnarsene una minore; ed ecco, come una linea retta può dividersi in infinito.

X L V I I.

Se alla tangente al vertice dell' Iperbola si meni una parallela dentro la Curva, che termini agli Asimptoti, le parti di essa comprese fra l' Asimptoto, e l' Iperbola sono eguali.

X L V I I I.

Se dentro l' Iperbola si meni una retta qualunque obliqua all' asse, e terminata dagli Asimptoti i rettangoli delle parti di essa comprese fra gli Asimptoti, e l' Iperbola rispettivamente nel rimanente sono eguali.

Quindi si dimostra, che le parti dell' obliqua chiuse fra l' Asimptoto, e l' Iperbola sono eguali.

X L I X.

Menata all' Iperbola una tangente non verticale terminata dagli Asimptoti, se dentro la Curva le si meni una parallela parimente terminata dagli Asimptoti, farà la semitangente maggiore di quella parte della parallela, che è compresa fra l' Asimptoto, e l' Iperbola.

L.

La tangente all' Iperbola menata per qualsivoglia punto del di lei perimetro, e terminata dagli Asimptoti è divisa nel mezzo nel punto del contatto.

Se per un punto qualunque dell'Iperbola si meni una tangente compresa dagli Asimptoti, e dentro la Curva una parallela terminata dai medesimi, il quadrato della semitangente è uguale al rettangolo della parte della parallela compresa fra l'Asimptoto, e l'Iperbola nel rimanente.

C A P O I X.

Dei Diametri Secondarj dell'Iperbola.

L I I.

Nell'Iperbola ogni parallela alla tangente non verticale compresa fra gli Asimptoti è divisa nel mezzo dalla retta menata per il centro, e per il contatto.

Una tal retta dicesi Diametro Secondario, di cui è proprio divider egualmente le parallele alla tangente, che sono sue ordinate. Prop. 18.

L I I I.

Se una retta terminata dal perimetro dell'Iperbola sia divisa nel mezzo dal Diametro Secondario, sarà parallela alla tangente, per il cui contatto passa l'istesso Diametro.

L I V.

In ogni Iperbola il rettangolo nelle parti del Diametro Secondario comprese fra l'ordinata corrispondente, e l'uno, e l'altro vertice sta al quadrato della medesima ordinata, come il quadrato del Semidiametro Secondario, al quadrato della Semitangente.

L V.

In ogni Iperbola i quadrati di due ordinate al Diametro Secondario sono proporzionali ai rettangoli fatti nelle di lui parti comprese fra le medesime ordinate, e l'uno, e l'altro vertice.

Tale è la proprietà ancora del Diametro primigenio. Prop. 10. onde si dimostrerà sul Diametro Secondario ciò, che sul di lei fondamento si dimostra sul Diametro primigenio. Prop. 11.

L V I.

Menata per il centro dell'Iperbola una parallela, ed eguale alla tangente, per il cui contatto passa il Diametro Secondario, sarà media proporzionale fra esso, ed il suo lato retto.

Ala Prop. 35: si dimostra esser questa la proprietà del Diametro Coniugato: dunque la media proporzionale sarà Diametro Coniugato al Secondario.

*Dei Sintomi dell' Ellissi, e dell' Iperbola relativamente
ai varj Diametri Coniugati.*

L V I I.

Se dai vertici di due Diametri Coniugati si calino ad un terzo due ordinate, nell' Ellissi la somma dei quadrati delle di lui parti computate dal centro fino all' incontro delle ordinate, e la loro differenza nell' Iperbola è uguale al quadrato della di lui metà.

L V I I I.

Nell' Ellissi, e nell' Iperbola menata una tangente terminata da due Diametri Coniugati, il rettangolo nelle sue parti è uguale al quadrato del Semidiametro Coniugato a quello, che si parte dal contatto.

L I X.

Nell' Ellissi la somma dei quadrati di due Semidiametri Coniugati è uguale alla somma ^{de' quadrati} di due Semiasse Coniugati.

L X.

Nell' Iperbola la differenza dei quadrati di due Semidiametri Coniugati è uguale alla differenza dei quadrati di due Semiasse Coniugati.

L X I.

Nell' Ellissi, e nell' Iperbola se per i vertici di due Diametri Coniugati si menino quattro tangenti, il parallelogrammo fatto da esse è uguale al rettangolo formato da quattro tangenti menate per i vertici di due Asse Coniugati.

C A P O X I.

Dei Fochi dell' Ellissi, e dell' Iperbola.

L X I I.

Dati l' Asse Trasverso, e il Coniugato dell' Ellissi, e dell' Iperbola determinare i loro Fochi.

L X I I I.

Se sopra l' asse trasverso dell' Ellissi, e dell' Iperbola si descriva un semicerchio, che sia segato in due punti da una tangente alle Curve, sui punti di sezione si alzino due perpendicolari, che incontrino l' asse, e i punti d' incidenza saranno i Fochi.

Quindi viceversa se dai Fochi si calino due perpendicolari alla tangente, incideranno nei punti di Sezione del semicerchio.

L X I V.

Se dai Fochi ad un punto comune dell' Ellissi, o dell' Iperbola s' inclinino due rette, e per il medesimo punto si meni una tangente, gli angoli formati da questa, e dalle inclinate sono eguali.

Già supposto è facile a provarsi, che per le leggi della Catottrica i raggi di una face collocata in uno dei Fochi dell' Ellissi devono risfletterfi all' altro Foco ; e per la loro unione conservar la forza di eccitarvi il fuoco . L' istesso si fa vedere ancora nei raggi sonici , potendo ascoltarfi da un Foco all' altro le altrui voci , benchè sommesse in una camera il di cui piano orizzontale sia Ellittico .

L X V.

Se le inclinate dai Fochi si prolunghino sopra la convessità dell' Ellissi, e per il punto della comune incidenza si meni una tangente, gli angoli formati dai prolungamenti, e dalla tangente sono eguali.

Onde se un raggio di luce cada nella convessità dell' Ellissi, sicchè tenda al Foco, dovrà per la Catottrica risflettere per una linea, che sembri venir dall' altro Foco .

L X V I.

Se nell' Iperbola si prolunghino le inclinate dai Fochi, e per la comune incidenza si meni una tangente, l' angolo formato da una parte della tangente, e da uno dei prolungamenti è uguale all' angolo formato dall' altra parte della tangente, e dall' inclinata adiacente.

Nasce di quì, che ogni raggio di luce partendosi da un Foco risflette nella convessità dell' Iperbola per una linea, che sembra venir dall' altro, onde possa una candela nel primo Foco, e l'occhio in dirittura di questa linea, si vedrà la di lui imagine nell' altro Foco Similmente, se tutt' i raggi caschino nella convessità dell' Iperbola, sicchè convengano al Foco, dopo la riflessione si uniranno all' al ro Foco, dove potranno ardere un' oggetto .

L X V I I.

Se i Fochi dell' Ellissi sian infinitamente distanti, si converte in Parabola, e se sian infinitamente vicini, si converte in cerchio.

Dunque l' Ellissi, e la Parabola posson tenerfi come due Curve della medesima specie, il che è molto utile nell' Astronomia, ove si tratta di calcolare il moto delle Comete: poichè essendo le loro orbite molto Eccentriche, si considerano come Parabole, e così riesce più facile il loro computo, ed è esattissimo . Di fetti Alleio Geometra, e Astronomo in questa ipotesi costruì una tavola dei moti delle Comete, quindi ricorse all' osservazione, e trovò, che il computo fatto secondo la tavola differiva di due, o tre minuti primi da l' osservato .

L X V I I I.

Nell' Ellissi la somma delle inclinate dai Fochi ad un punto comune è uguale all' asse trasverso.

L X I X.

Dati l' Asse Trasverso, e il Coniugato descriver l' Ellissi col continuo moto di un punto .

L X X.

Nell' Iperbola la differenza delle inclinate dai Fochi ad un punto comune è uguale all' Asse Trasverso.

Dati

Dati l'Asse Trasverso, e il Coniugato descriver l'Iperbola col continuo moto di un punto.

L X X I I.

Nell'Ellissi, e nell'Iperbola menata una tangente nel punto comune d'incidenza delle inclinate dai Fochi, il rettangolo formato da queste è uguale al quadrato del semidiametro coniugato a quello, ch'è menato per il contatto.

C A P O X I I.

Delle Aie delle tre Sezioni Coniche.

L X X I I I.

Presa nell'Ascissa di qualunque Sezione Conica una parte infinitesima, e per le sue estremità menate due ordinate, potranno considerarsi come eguali. Quindi. I. Se con queste ordinate, e due perpendicolari alzate nelle loro estremità s'isciva, e circoscriva un parallelogrammo alla Sezione Conica, saranno questi prossimamente eguali. II. Ciascun parallelogrammo sarà prossimamente eguale al trapezio, che formano le ordinate con l'arco della Curva.

L X X I V.

Al di sopra del vertice del Diametro di qualunque Sezione Conica menata una parallela a due ascisse prossimamente eguali, che determini la lunghezza di due parallele al Diametro menate per l'estremità delle medesime Ascisse, saranno queste prossimamente eguali.

Seguano di qua le medesime verità, che si deducono dalla precedente.

L X X V.

Se da qualunque punto della Parabola si menino due rette, una delle quali tenda al Foco, l'altra sia perpendicolare alla direttrice, lo Spazio Parabolico chiuso dalla perpendicolare, dalla direttrice, dell'asse, e dall'arco della Parabola è doppio di quello, che è chiuso dall'inclinata al Foco, dall'asse, e dal medesimo arco.

L X X V I.

Circoscritto alla Parabola un rettangolo, il Semmento Parabolico in lui compreso sta al rettangolo, come 2. a 3.

Quindi si ha il metodo di trovar l'Aia della Parabola, e la quadratura di qualunque Semmento Parabolico.

L X X V I I.

Se in due Sezioni descritte intorno al medesimo Diametro due ordinate corrispondenti alla medesima Ascissa stiano fra loro in una data ragione, anche i Semmenti corrispondenti delle Sezioni staranno nella medesima ragione.

Descritto

Descritto sopra l'Asse Trasverso dell'Ellissi un semicerchio starà la Semiellissi al semicerchio, come il Semiasse Coniugato al Semiasse Trasverso.

Quindi con la regola del tre si avrà per approssimazione l'Aia dell'Ellissi.

L X X I X

Se col lato retto, ch'è uguale all'asse trasverso dell'Iperbola Equilatera si descriva intorno al medesimo asse, con l'istesso vertice una Parabola, quindi preso in questa un punto si meni una parallela all'asse, che seghi in un punto l'Iperbola, ed incontri l'Asse Coniugato, lo Spazio Iperbolico chiuso dall'asse, dal Diametro Coniugato, dalla parallela, e dall'Arco Iperbolico è uguale al rettangolo del semiasse trasverso nell'arco della Parabola determinato dalla parallela.

Quindi si addita la maniera di trovare l'Aia dell'Iperbola.

L X X X.

Se col medesimo lato trasverso, ma non col medesimo Parametro, si descrivano due Iperbole, una delle quali sia Equilatera, e presa fra i parametri una media proporzionale, si menino due ordinate corrispondenti alla medesima ascissa, starà il Semimenfro dell'Iperbola minore al Semimenfro della maggiore, come il parametro della minore alla media proporzionale.

Onde trovata l'Aia dell'Iperbola Equilatera, per la regola aurea si avrà anche quella dell'altra.

C A P O X I I I.

Degli Spazj Iperbolici, che si contengono fra l'Asimptoto, e l'Iperbola.

L X X X I.

Le ordinate ad un Asimptoto stanno in ragione reciproca delle Ascisse.

Dunque I. I rettangoli delle Ascisse nelle corrispondenti ordinate saranno eguali.

II. Se dai punti, in cui due ordinate toccano la Curva si menino al vertice due rette. lo spazio chiuso da queste, e dall'arco dell'Iperbola è uguale al Settore Asintotico chiuso dalle ordinate, e dall'Asimptoto, e dall'Iperbola.

L X X X I I.

Prese in un Asimptoto tre ascisse continue proporzionali, si menino per i loro termini tre ordinate, se l'istesso si faccia nell'altro Asimptoto, quindi per i punti della loro intersezione si menino tre rette, saranno in dirittura.

L X X X I I I.

Se in un Asimptoto prese tre Ascisse in proporzione continua si menino tre ordinate, gli Spazj Iperbolici chiusi da esse sono eguali.

Quindi I. Se dal centro si prendano nell'Asimptoto più parti crescenti in proporzione continua, e si menino altrettante ordinate, gli Spazj Iperbolici, saranno

ranno tutti fra loro eguali. II. Potendo lo spazio compreso fra l'Asimptoto; e l'Iperbola prolungarsi in infinito: Prop. 45. ed in conseguenza in infinito procedere la proporzione, si potrà assegnare uno Spazio quanto si vuole multiple di un altro..

C A P O X I V.

Delle misure dei Solidi nati dalla rivoluzione delle Sezioni Coniche ~~nate~~ intorno ai loro Assi.

L X X X I V.

La Conoide Parabolica è metà del Cilindro nato dalla rivoluzione del rettangolo circoscritto alla Parabola.

Dunque avuta per Geometria la solidità del Cilindro, si renderà nota ancor quella della Conoide Parabolica.

L X X X V.

La Sferoide nata dalla rivoluzione dell'Ellissi intorno al suo asse sta alla sfera nata dalla rivoluzione del semicerchio intorno al medesimo asse come il quadrato del Semiasse Coniugato al quadrato del Semiasse Trasverso.

Dunque avuta con la Geometria la solidità della sfera per approssimazione, con l'uso della regola del tre si avrà per approssimazione anche quella della Sferoide.

L X X X V I.

Se lo spazio compreso fra l'Asimptoto, e l'Iperbola si rivolga intorno al di lei asse, il solido Cavo indi nato è uguale ad un Cilindro prodotto dalla rivoluzione di un rettangolo egualmente alto, circoscritto al medesimo asse, ed avente con lo spazio una stessa base.

Dunque è in pronto la maniera di trovarne la solidità.

L X X X V I I.

Se nell'Iperbola Equilatera si prendano eguali infinitesime parti in un'Asimptoto, e dai punti di divisione si menino tante ordinate, che dividano lo Spazio Asimptotico in trapezj, quindi tutto il medesimo spazio si faccia muovere intorno all'altro Asimptoto, tutt'i Solidi Cavi generati dai trapezj faranno eguali fra di loro.

L X X X V I I I.

Il solido Iperbolico generato dalla rivoluzione dell'intero infinito Spazio Asimptotico intorno ad uno degli Asimptoti è uguale al Cilindro finito, nato dalla rivoluzione di un rettangolo iscritto agli Asimptoti intorno al medesimo asse.

Maravigliosa è questa Teoria, scoperta dal chiarissimo Torricelli, e la di lei bellezza consiste in questo, che un Solido d'infinita grandezza è eguale ad un Solido di grandezza finita, del che l'intelletto non saprebbe persuadersi, se non rimanesse convinto dalla robustezza di un inconcusso raziocinio. Grande argo-

argomento per confonder gl' increduli, che dispreggiano i misterj della nostra Sacrosanta Religione per questo, perchè non posson comprenderli: mentre ammette verità incomprendibili ancora quella Scienza, dove regna l'evidenza medesima.

Da questo Teorema deducono i Fisici, che un Solido di finita grandezza e divisibile in parti infinite.



• Autore degli Sciolti è l'Abbate ALESSANDRO DRAGONI,
che presederà al presente Esperimento.



4469243 A
▼▼▼▼▼▼▼▼

B.17.4.869.1



BNCF

242